

### **Aufgabe 1: Folgen**

Handelt es sich um Nullfolgen?

(a)  $a_n = \frac{n}{n^3 + n^2 + 1}$

(b)  $a_n = \frac{n + 1}{n - 2}$

(c)  $a_n = \frac{\sin^3 n + \cos n}{\sqrt{n}}$

### **Aufgabe 2: Grenzwerte**

Bestimmen Sie (falls existent) die Grenzwerte folgender Folgen:

(a)  $a_n = \frac{5 - n}{8n}$

(b)  $a_n = \frac{2n^3 - 3n^2 + 3}{3n^2 - 3n + 4}$

(c)  $a_n = \frac{2n^3 - 3n^2 + 3}{3n^4 - 3n^3 + 4}$

### **Aufgabe 3: Bonus: Reihen I**

Nutzen Sie die Reihendarstellungen von  $\exp(x)$  sowie  $\sin(x)$  und  $\cos(x)$ , um die Relation

$$\exp(ix) = \cos(x) + i \sin(x)$$

zu beweisen.

### **Aufgabe 4: Vollständige Induktion**

(a) Zeigen Sie, dass gilt  $\sum_{i=1}^n i^3 = \left( \sum_{j=1}^n j \right)^2$ .

(*Hinweis:* Verwenden Sie vollständige Induktion und den “kleinen Gauß”)

### **Aufgabe 5: Reihen II**

Überlegen Sie durch eine geeignete Abschätzung, ob die folgende Reihe konvergiert oder divergiert:

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$