

Aufgabe 1: Funktionen

Bestimmen Sie Nullstellen, Pole und Asymptoten folgender Funktionen und fertigen Sie jeweils eine Skizze an.

(a) $y = 3x - 4$

(b) $y = x^3 - 2$

(c) $y = -\frac{1}{x}$

(d) Bonus: $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$

(e) $y = \frac{1}{x} + x$

Aufgabe 2: Grenzwerte von Funktionen

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{x - 25}{\sqrt{x} - 5}$

(c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 3}{3x^3 - 3x^2 + 4}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 3}{3x^2 - 3x + 4}$

(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x^2 + 3}{3x^4 - 3x^3 + 4}$

Aufgabe 3: Definitions- und Wertebereich

Was sind die (maximal möglichen) Definitions- und dazugehörigen Wertebereiche der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = \frac{a}{x^2 + 1}, a \in \mathbb{R}^+$

(b) $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$

(c) $g(t) = e^{5t+3}$

(d) $h(z) = \sqrt{1 - e^z}$

Aufgabe 4: Polynomdivision

Bestimmen Sie alle Nullstellen des folgenden Polynoms:

$$f(x) = x^4 - 6x^3 + 8x^2 + 6x - 9$$

Aufgabe 5: Bonus: Partialbruchzerlegung

Führen Sie eine Partialbruchzerlegung von $f(x)$ durch:

$$f(x) = \frac{6x - 16}{2x^2 + x - 6}$$

Aufgabe 6: Trigonometrische Funktionen

Zeichnen Sie die folgenden Funktionen und bestimmen Sie Nullstellen und Periode. Geben Sie an, ob die Funktion eine Symmetrie aufweist.

(a) $2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

(b) $\sin\left(3x + \frac{1}{4}\right)$

(c) $\cos(4\pi x)$

Aufgabe 7: Logarithmus und Exponentialfunktion

Vereinfachen oder berechnen Sie:

(a) $\log_2 8$

(b) $\ln\left(\frac{1}{\sqrt{e^3}}\right)$

(c) $\ln(b^5) + \ln\left(\frac{1}{b^5}\right)$

(d) $\ln(x^a) + \ln(x^b)$

(e) $\ln(b^x) + \ln(a^x)$

(f) $\ln(e) + e^{\ln(1)}$

(g) $2\ln(e^3) + \ln\frac{1}{e^6}$