Übungsblatt 8

Aufgabe 1: Ableitungen I

Bestimmen Sie die Ableitung nach x der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = x^5 - 2x^4 + 3$

(b) $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{5x^2}$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

(d) $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$

(e) $f(x) = \ln(x + 1)$

(f) $f(x) = a \sin(bx + c)$

Aufgabe 2: Ableitungen II

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = (x^2 \cdot e^x)^2, \quad \frac{d}{dx} f(x) =$

(b) $f(t) = (\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0), \quad \frac{d}{dt}f(t) =$

(c) $f(x) = \left(\frac{\sin(\pi x)}{x}\right), \quad \frac{d}{dx}f(x) =$

(d) $f(z) = (\sqrt{1+z^2}), \quad \frac{d}{dz}f(z) =$

Aufgabe 3: Grenzwerte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x}$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 1}$

Aufgabe 4: Ableitungsregeln

Beweisen Sie

(a) Ein konstanter Summand fällt beim Ableiten weg.

(b) Ein konstanter Faktor bleibt beim Ableiten erhalten.

(c) Eine Summe von Funktionen darf man gliedweise ableiten.

Aufgabe 5: Bonus: Anwendung

Es soll eine zylindrische Dose entwickelt werden, die ein Fassungsvermögen von genau 330ml hat. Die Dose soll dabei möglichst umweltschonend sein und die geringst mögliche Menge an Material in der Herstellung benötigen.
Welchen Radius und welche Höhe muss die Dosen haben, um diesen Anforderungen zu entsprechen?