Mathematischer Brückenkurs

Einführung

Stefan Weinzierl

Institut für Physik, Universität Mainz

Wintersemester 2020/21

Willkommen an der Universität Mainz!

- Mathematik ist die Grundlage aller Naturwissenschaften.
- Dieser Brückenkurs richtet sich an Studienanfänger in naturwissenschaftlichen Fächern (Biologie, Geowissenschaften, Physik, Chemie, ...)
- Zeitumfang: Ganztätig drei Wochen vor Semesterbeginn.

Ziele des Brückenkurses

- Sie haben Themen aus der Schulmathematik vergessen:
  Auffrischen der Kenntnisse.
- Sie kommen von unterschiedlichen Schulen, aus verschiedenen (Bundes-) Ländern und haben in der Schule unterschiedliche optionale Themen behandelt:
  Angleichen des Kenntnisstandes.
- Sie sind neu an der Universität:
  Knüpfen neuer sozialer Kontakte.

Uni ist nicht gleich Schule!

- Mit der Uni beginnt ein neuer Lebensabschnitt.
- Sie sind erwachsen und werden als erwachsene Menschen behandelt.
- Im Allgemeinen keine Anwesenheitspflicht!

Uni ist nicht gleich Schule:

Die Kehrseite der Freiheit:

- Sie sind selbst verantwortlich, wie Sie lernen.
- Stoffmenge und Tempo einer Vorlesung liegt deutlich über einer Schulstunde.
- In der Vorlesung wird ein neues Thema einmal diskutiert, es wird nicht gewartet, bis es auch der Letzte verstanden hat.

Abschnitt 2

Organisatorisches

Corona

Im Wintersemester 2020/21:

- Mathematischer Brückenkurs A (Prof. T. Hurth):
  Soviel Präsenz wie möglich.
- Mathematischer Brückenkurs B (Prof. S. Weinzierl):
  Rein Online.

Organisation

Mathematischer Brückenkurs B:

9:15	Vorlesung (via BigBlueButton, wird aufgezeichnet)
11:30	Plenumsdiskussion (via BigBlueButton)
14:00	Übungsgruppen (via BigBlueButton)

Organisation

Als Plattform wird BigBlueButton verwendet:

- Link für Vorlesung und Plenumsdiskussion:
  `https://bbb.rlp.net/b/wei-hgp-axv-fqv`
- Übungsgruppen:

Gruppe 1	`https://bbb.rlp.net/b/sch-ki2-awt-bxf`
Gruppe 2	`https://bbb.rlp.net/b/sau-pff-7xa-fi5`
Gruppe 3	`https://bbb.rlp.net/b/koc-jeb-38l-rvo`
Gruppe 4	`https://bbb.rlp.net/b/kre-k13-ljh-nbc`

Webseite des Brückenkurses (Aktuelle Informationen, Folien der Vorlesung und Übungsblätter als pdf-Dateien):

`https://particlephysics.uni-mainz.de/weinzierl/vorkurs/`

Studienfächer

Sie studieren:

(A) Biologie

(B) Geowissenschaften

(C) Chemie

(D) Physik

(E) sonstige Fächer

Ort

Sie befinden sich jetzt

(A) in Mainz

(B) im Umkreis von 10 km um Mainz

(C) im Umkreis von 50 km um Mainz

(D) im restlichen Universum

Quiz

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} \quad = \quad ?$$

(A) $\frac{5}{8}$

(B) $\frac{5}{15}$

(C) $\frac{19}{15}$

(D) $\frac{2}{5}$

Quiz

Bestimmen Sie x:

$$\frac{2x-3}{x+3} = 5$$

(A) $x = \frac{3}{2}$
(B) $x = -3$
(C) $x = -6$
(D) $x = \frac{5}{2}$

Quiz

$$\log_2\left(32^4\right) \quad = \quad ?$$

(A) $\frac{5}{4}$
(B) 9
(C) 20
(D) 32

Quiz

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 7x + 1$$

Die Ableitung $f'(1)$ ist

(A) 0

(B) 5

(C) 6

(D) 7

Quiz

$$\int\limits_0^1 \left(3x^2 - 6x + 1\right) dx \quad = \quad ?$$

(A) -42

(B) -2

(C) -1

(D) 7

Einteilung der Übungsgruppen

Sei N die Anzahl der Übungsgruppen.

- Sie nehmen die Zahl Ihres Geburtsmonats (Januar $=$ 1, ..., Dezember $=$ 12).
- Sie teilen diese Zahl durch N mit Rest.
- Falls ein Rest übrig bleibt, gibt der Rest Ihre Übungsgruppe an.
- Bleibt kein Rest übrig, so sind Sie in Gruppe N.

Einteilung der Übungsgruppen

Beispiel (3 Übungsgruppen)

- Gruppe 1: Januar, April, Juli, Oktober
- Gruppe 2: Februar, Mai, August, November
- Gruppe 3: März, Juni, September, Dezember

Beispiel (4 Übungsgruppen)

- Gruppe 1: Januar, Mai, September
- Gruppe 2: Februar, Juni, Oktober
- Gruppe 3: März, Juli, November
- Gruppe 4: April, August, Dezember

Organisation

Erste Übungsgruppen am Montag, 12.10.2020, 14h:

- Kennenlernen.
- Noch keine mathematischen Übungen.
- Nutzen Sie diese Gelegenheit, um Kontaktdaten auszutauschen!

Literatur

- R. Brauner, F. Geiß
  Abiturwissen Mathematik.
  Fischer-Verlag, 2004.
- S. Proß, Th. Imkamp
  Brückenkurs Mathematik.
  Springer-Verlag, 2018.
- G. Walz, F. Zeilfelder, Th. Rießinger
  Brückenkurs Mathematik.
  Springer-Verlag, 2019.

Abschnitt 3

Schreibweisen und Notation

Notation

- $\{a, b, c\}$: Menge der Elemente a, b, und c.
  Die Ordnung spielt keine Rolle: $\{a, b, c\} = \{b, a, c\}$

Notation

- $\{a, b, c\}$: Menge der Elemente a, b, und c.
  Die Ordnung spielt keine Rolle: $\{a, b, c\} = \{b, a, c\}$
- $a \in A$: a ist ein Element der Menge A.

Notation

- $\{a, b, c\}$: Menge der Elemente a, b, und c.
  Die Ordnung spielt keine Rolle: $\{a, b, c\} = \{b, a, c\}$
- $a \in A$: a ist ein Element der Menge A.
- $A \subset B$: Die Menge A ist eine Teilmenge der Menge B.

Notation

- $\{a, b, c\}$: Menge der Elemente a, b, und c.
  Die Ordnung spielt keine Rolle: $\{a, b, c\} = \{b, a, c\}$
- $a \in A$: a ist ein Element der Menge A.
- $A \subset B$: Die Menge A ist eine Teilmenge der Menge B.
- Vereinigung: $A \cup B$ enthält alle Elemente sowohl aus A als auch aus B.
  $\{a, b, c\} \cup \{c, d, e\} = \{a, b, c, d, e\}$.

Notation

- $\{a, b, c\}$: Menge der Elemente a, b, und c.
  Die Ordnung spielt keine Rolle: $\{a, b, c\} = \{b, a, c\}$
- $a \in A$: a ist ein Element der Menge A.
- $A \subset B$: Die Menge A ist eine Teilmenge der Menge B.
- Vereinigung: $A \cup B$ enthält alle Elemente sowohl aus A als auch aus B.
  $\{a, b, c\} \cup \{c, d, e\} = \{a, b, c, d, e\}$.
- Durchschnitt: $A \cap B$ enhält alle Elemente die sowohl in A als auch in B enthalten sind.
  $\{a, b, c\} \cap \{c, d, e\} = \{c\}$.

Notation

- Differenzmenge: $A \backslash B$ enthält alle Elemente, die in A enthalten sind, die aber nicht in B enthalten sind.
  $\{a, b, c, d\} \backslash \{b, c\} = \{a, d\}$

Notation

- Differenzmenge: $A \backslash B$ enthält alle Elemente, die in A enthalten sind, die aber nicht in B enthalten sind.
  $\{a, b, c, d\} \backslash \{b, c\} = \{a, d\}$
- $A \times B$: Produktmenge, dies ist die Menge aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$ und $b \in B$ gilt.
  $\{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\}$

Notation

- Differenzmenge: $A \backslash B$ enthält alle Elemente, die in A enthalten sind, die aber nicht in B enthalten sind.
  $\{a, b, c, d\} \backslash \{b, c\} = \{a, d\}$
- $A \times B$: Produktmenge, dies ist die Menge aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$ und $b \in B$ gilt.
  $\{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\}$
- $[a, b]$: Intervall, die Grenzen sind im Intervall enthalten:
  $a \in [a, b]$, $b \in [a, b]$

Notation

- Differenzmenge: $A \backslash B$ enthält alle Elemente, die in A enthalten sind, die aber nicht in B enthalten sind.
  $\{a, b, c, d\} \backslash \{b, c\} = \{a, d\}$
- $A \times B$: Produktmenge, dies ist die Menge aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$ und $b \in B$ gilt.
  $\{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\}$
- $[a, b]$: Intervall, die Grenzen sind im Intervall enthalten:
  $a \in [a, b]$, $b \in [a, b]$
- $]a, b[$: Intervall, die Grenzen sind im Intervall nicht enthalten:
  $a \notin [a, b]$, $b \notin [a, b]$

Notation

- Differenzmenge: $A \backslash B$ enthält alle Elemente, die in A enthalten sind, die aber nicht in B enthalten sind.
  $\{a, b, c, d\} \backslash \{b, c\} = \{a, d\}$
- $A \times B$: Produktmenge, dies ist die Menge aller geordneten Paare (a, b), wobei $a \in A$ und $b \in B$ gilt.
  $\{a\} \times \{b, c\} = \{(a, b), (a, c)\}$
- $[a, b]$: Intervall, die Grenzen sind im Intervall enthalten:
  $a \in [a, b]$, $b \in [a, b]$
- $]a, b[$: Intervall, die Grenzen sind im Intervall nicht enthalten:
  $a \notin [a, b]$, $b \notin [a, b]$
- Analog: $[a, b[$ und $]a, b]$.

Notation

- Logisch und: $\wedge$

$$\begin{aligned} 0 \wedge 0 &= 0 \\ 0 \wedge 1 &= 0 \\ 1 \wedge 0 &= 0 \\ 1 \wedge 1 &= 1 \end{aligned}$$

Notation

- Logisch und: $\wedge$

$$\begin{aligned} 0 \wedge 0 &= 0 \\ 0 \wedge 1 &= 0 \\ 1 \wedge 0 &= 0 \\ 1 \wedge 1 &= 1 \end{aligned}$$

- Logisch oder: $\vee$

$$\begin{aligned} 0 \vee 0 &= 0 \\ 0 \vee 1 &= 1 \\ 1 \vee 0 &= 1 \\ 1 \vee 1 &= 1 \end{aligned}$$

Notation

- Logisch und: $\wedge$

$$\begin{aligned} 0 \wedge 0 &= 0 \\ 0 \wedge 1 &= 0 \\ 1 \wedge 0 &= 0 \\ 1 \wedge 1 &= 1 \end{aligned}$$

- Logisch oder: $\vee$

$$\begin{aligned} 0 \vee 0 &= 0 \\ 0 \vee 1 &= 1 \\ 1 \vee 0 &= 1 \\ 1 \vee 1 &= 1 \end{aligned}$$

- Negation: $\neg$

$$\begin{aligned} \neg 0 &= 1 \\ \neg 1 &= 0 \end{aligned}$$

Notation

- $\exists$: Es existiert

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle
- ∞: Symbol für Unendlich.

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle
- ∞: Symbol für Unendlich.
- $\mathbb{N}$: Die natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \ldots$

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle
- ∞: Symbol für Unendlich.
- $\mathbb{N}$: Die natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \dots$
- $\mathbb{Z}$: Die ganzen Zahlen $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle
- ∞: Symbol für Unendlich.
- $\mathbb{N}$: Die natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \dots$
- $\mathbb{Z}$: Die ganzen Zahlen $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$
- $\mathbb{Q}$: Die rationalen Zahlen, z.B. $\frac{2}{3}$

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle
- ∞: Symbol für Unendlich.
- $\mathbb{N}$: Die natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \dots$
- $\mathbb{Z}$: Die ganzen Zahlen $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$
- $\mathbb{Q}$: Die rationalen Zahlen, z.B. $\frac{2}{3}$
- $\mathbb{R}$: Die reellen Zahlen, z.B. $\sqrt{2}$

Notation

- $\exists$: Es existiert
- $\forall$: Für alle
- ∞: Symbol für Unendlich.
- $\mathbb{N}$: Die natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \dots$
- $\mathbb{Z}$: Die ganzen Zahlen $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$
- $\mathbb{Q}$: Die rationalen Zahlen, z.B. $\frac{2}{3}$
- $\mathbb{R}$: Die reellen Zahlen, z.B. $\sqrt{2}$
- $\mathbb{C}$: Die komplexen Zahlen, z.B. $\sqrt{-2}$

Notation

- $\sum$: Summenzeichen

$$\sum_{j=1}^{n} a_j = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1} + a_n.$$

Notation

- $\sum$: Summenzeichen

$$\sum_{j=1}^{n} a_j \quad = \quad a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1} + a_n.$$

- $\prod$: Produktzeichen

$$\prod_{j=1}^{n} a_j \quad = \quad a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_{n-1} \cdot a_n.$$

Notation

- $\sum$: Summenzeichen

$$\sum_{j=1}^{n} a_j \quad = \quad a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1} + a_n.$$

- $\prod$: Produktzeichen

$$\prod_{j=1}^{n} a_j \quad = \quad a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_{n-1} \cdot a_n.$$

- $n!$: Fakultät.

$$n! \;=\; 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot (n-1) \cdot n, \qquad 0! \;=\; 1.$$

Notation

- $\sum$: Summenzeichen

$$\sum_{j=1}^{n} a_j = a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{n-1} + a_n.$$

- $\prod$: Produktzeichen

$$\prod_{j=1}^{n} a_j = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot ... \cdot a_{n-1} \cdot a_n.$$

- $n!$: Fakultät.

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot (n-1) \cdot n, \qquad 0! = 1.$$

- $\left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right)$: Binomialkoeffizient:

$$\left(\begin{array}{c} n \\ k \end{array} \right) = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Notation

- $\lim\limits_{x \to a}$: Grenzwert für den Fall, daß sich x dem Wert a annähert.

Notation

- $\lim_{x \to a}$: Grenzwert für den Fall, daß sich x dem Wert a annähert.
- Ableitung: Sei $f(x)$ eine Funktion von x.

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x}.$$

Notation

- $\lim\limits_{x\to a}$: Grenzwert für den Fall, daß sich x dem Wert a annähert.
- Ableitung: Sei $f(x)$ eine Funktion von x.

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{(x+h)-x}.$$

- Integral:

$$\int\limits_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{j=1}^{n} f(\xi_j)\Delta x_j,$$
$$\Delta x_j = x_j - x_{j-1},\ x_0 = a,\ x_n = b,\ \xi_j \in [x_{j-1}, x_j].$$

Notation

Neben lateinischen Buchstaben verwendet man auch oft griechische Buchstaben:

α	alpha	β	beta	γ	gamma
δ	delta	ϵ oder ε	epsilon	ζ	zeta
η	eta	θ oder ϑ	theta	ι	iota
κ	kappa	λ	lambda	μ	mu
ν	nu	ξ	xi	o	o
π oder ϖ	pi	ρ oder ϱ	rho	σ oder ς	sigma
τ	tau	υ	upsilon	ϕ oder φ	phi
χ	chi	ψ	psi	ω	omega

Notation

Griechische Großbuchstaben:

A	Alpha	B	Beta	Γ	Gamma
Δ	Delta	E	Epsilon	Z	Zeta
H	Eta	Θ	Theta	I	Iota
K	Kappa	Λ	Lambda	M	Mu
N	Nu	Ξ	Xi	O	O
Π	Pi	P	Rho	Σ	Sigma
T	Tau	Υ	Upsilon	Φ	Phi
X	Chi	Ψ	Psi	Ω	Omega

Notation

- Aus dem hebräischen Alphabet:

$$\aleph \qquad \text{Aleph.}$$

Üblicherweise wird dieser Buchstabe zur Beschreibung der Mächtigkeit der natürlichen Zahlen verwendet.

- Aus dem kyrillischen Alphabet:

$$ш \qquad \text{Sha.}$$

Üblicherweise verwendet man dieses Zeichen zur Notation für das Shuffle-Produkt.

Dies ist ein spezielles Produkt, wird aber in dieser Vorlesung nicht vorkommen.